

Problème 189 – Les sommes de Skyjo

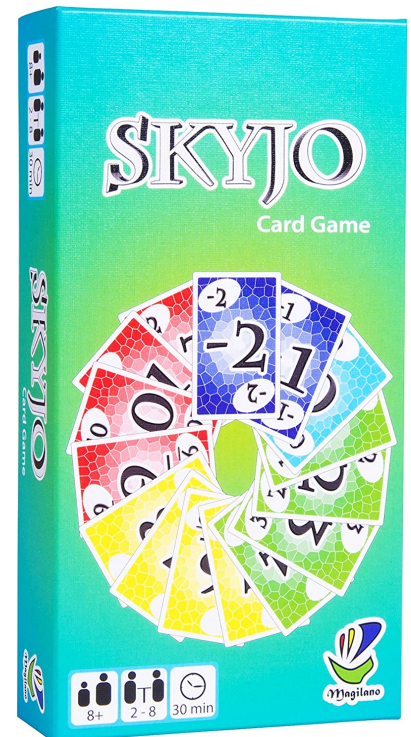
Niveau : Cinquième

Chapitres : Nombres relatifs

Inédit, publié le 22/01/2021

Petite merveille parue en 2016, Skyjo est un jeu captivant qui demande un sens de la stratégie mais aussi, ce qui va nous intéresser ici, une capacité à savoir calculer vite avec des nombres relatifs.

En effet, dans ce jeu, chaque joueur se cherche à optimiser la somme des valeurs de 12 cartes alignées devant lui ou elle en 4 colonnes de 3 cartes (chaque joueur se a son « tableau » personnel de 12 cartes). Chacune des cartes a une valeur qui est **un nombre entier entre -2 à 12 (inclus)**. Au début de la partie, ces 12 cartes sont posées face cachée. Tout au long du jeu, chaque joueur se retourne progressivement ses cartes et fait des échanges avec les cartes situées dans la « défausse » (qu'on peut assimiler à une pioche). Chacun.e cherche à **minimiser (= rendre la plus petite possible)** la somme totale des valeurs de ses cartes. Règle importante : on peut supprimer totalement une colonne de 3 cartes lorsqu'on arrive à aligner, dans cette colonne, 3 cartes de la même valeur : cela permet alors de diminuer le nombre de cartes dont il faut sommer les valeurs à la fin du jeu. En effet, c'est cette somme finale qui constitue le score d'un joueur, le gagnant étant celui qui a la plus petite somme.



Dans ce problème, nous allons faire quelques petits calculs autour d'une partie de Skyjo faite par 4 collégiens de 5^{ème} : Adriana, Bastien, Charlotte et Dorian.

1) Au début de la partie, chacun retourne 2 cartes. Les 2 cartes obtenues par chaque joueur sont les suivantes (**Image 1**) :



Image 1

Lequel ou laquelle des quatre est celui ou celle dont la somme des valeurs des 2 cartes retournées est la plus basse ? Et la plus haute ?

2) Au cours du jeu, Adriana a devant elle le jeu suivant (**Image 2**) :



Image 2

- Quelle est la somme des cartes retournées (face visible) du jeu d'Adriana ?
 - Supposons que toutes les cartes retournées du jeu d'Adriana ne changent pas : quelle serait alors la somme maximale possible des 12 cartes, en comptant celles qui ne sont pas encore retournées ? Et la somme minimale possible (en supposant qu'elle ne supprime pas de colonne) ?
- 3) A un moment du jeu, Bastien et Charlotte ont chacun devant eux les jeux présents dans l'**Image 3**.



Bastien

Charlotte

Image 3

a) Bastien pense qu'en échangeant la carte avec la valeur 2 contre une carte de valeur 4 présente dans la défausse, il serait gagnant car il pourrait supprimer toutes les cartes de la 3^{ème} colonne (qui deviendraient toutes identiques) et diminuer ainsi le nombre de cartes à sommer à la fin du jeu.

Calculer le gain (= la baisse du nombre de points) fait par Bastien en réalisant cet échange.

b) Charlotte estime également qu'avec une manipulation similaire dans son jeu, en échangeant la carte de valeur 3 contre une carte de valeur -2 de la défausse, elle ferait une bonne opération car elle pourrait éliminer toutes les cartes de la 2^{ème} colonne. Que pensez-vous de son raisonnement ?

4) Nous sommes à la fin du jeu, où les deux seuls joueurs qui ont encore une chance de gagner, Adriana et Dorian (on ignorera ici le jeu des deux autres joueurs), ont les jeux décrits dans l'**Image 4** :



Dorian

Adriana

Image 4

C'est à Dorian de jouer. Il s'apprête à retourner (sans l'échanger) sa dernière carte encore non visible, car selon les règles, cela mettrait fin au jeu : tous les autres joueurs, dont Adriana, auraient alors chacun seulement un tour, avec une unique possibilité de retourner une carte non visible ou d'échanger une carte, déjà visible ou pas, contre une carte dans la défausse. Après ce dernier tour, chacun compterait alors la somme des valeurs de ses cartes respectives, en incluant même celles qui ne sont pas retournées.

a) Déterminer la somme maximale de fin de jeu que Dorian pourrait obtenir en retournant (sans l'échanger) sa dernière carte non visible.

b) (*Plus difficile*) Calculer la somme minimale qu'Adriana pourrait obtenir après son dernier tour.

c) Pourquoi Dorian pense qu'il a toutes les chances de remporter la partie, avant de retourner cette carte non visible ? Est-il pourtant certain de gagner ?